Trigonometry

1. Find the value of $\sin^2 1° + \sin^2 2° + \sin^2 3° + ... + \sin^2 89°$.
   (A) $42\frac{1}{2}$ (B) $44\frac{1}{2}$
   (C) $45\frac{2}{3}$ (D) None of these

2. Find the value of $\tan 1° \tan 2° \tan 3° ..... \tan 89°$.
   (A) – 1 (B) 2
   (C) 1 (D) 3

3. If $\tan(x + 40°) \tan(x + 20°) \tan 3x \tan (70°–x) \tan(50° – x) = 1$ then find the value of x.
   (A) 45 (B) 43
   (C) 40 (D) 44

4. Find the value of $\log \tan 1° + \log \tan 2° + \log \tan 3° + ... \log \tan 89°$.
   (A) – 1 (B) 1
   (C) 2 (D) 0

5. If $1 + \sin x + \sin^2 x + ... \infty = 4 + 2\sqrt{3}$ find the value of x.
   (A) 50 (B) 55
   (C) 60 (D) 70

6. If $1 - \tan^2 x + \tan^4 x + ... \infty = \frac{3}{4}$ find $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x$.
   (A) $\frac{17}{4}$ (B) $\frac{16}{4}$
   (C) $\frac{15}{3}$ (D) $\frac{16}{5}$

7. If $\tan\theta \tan 2\theta = 1$ find $\sin^2 2\theta + \tan^2 2\theta$.
   (A) $\frac{12}{3}$ (B) $\frac{13}{3}$
   (C) $\frac{11}{5}$ (D) $\frac{15}{4}$

8. If $\sin^5\theta + \cos^5\theta = 2$ find $\sin^{13}\theta + \operatorname{cosec}^{13}\theta$.
   (A) 0 (B) 1
   (C) 2 (D) 3

9. If $\tan\theta + \cot\theta = 2$ find $\tan^5\theta + \cot^5\theta$.
   (A) 2 (B) 3
   (C) 4 (D) 5

10. Find the value of $\frac{\sin^2\theta + \cos^4\theta}{\cos^2\theta + \sin^4\theta}$.
    (A) 1 (B) 2
    (C) 3 (D) 4

11. Find the value of $3(\sin x - \cos x)^4 + 6(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin^6 x + \cos^6 x)$.
    (A) 10 (B) 13
    (C) 15 (D) 19

12. Find the value of $(\operatorname{cosec} x - \sin x)(\sec x - \cos x)(\tan x + \cot x)$.
    (A) 1 (B) 2
    (C) 4 (D) 6

13. Find the value of $(\sec A - \cos A)^2 + (\operatorname{cosec} A - \sin A)^2 - (\cot A - \tan A)^2$.
    (A) – 1 (B) 0
    (C) 1 (D) 2

14. Find the value of $(1 + \cot x - \operatorname{cosec} x)(1 + \tan x + \sec x)$.
    (A) 1 (B) 2
    (C) 3 (D) 5

15. If ABCD is a cyclic quadrilateral then find $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D$.
    (A) – 1 (B) 1
    (C) 0 (D) 2

16. ABCD is a cyclic quadrilateral, find $\sin A + \sin B - \sin C - \sin D$.
    (A) 0 (B) 1
    (C) 3 (D) 5

17. If ABC is a triangle, then find
    $\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} + \sin^2\frac{C}{2} + \sin^2\frac{A+B}{2} + \sin^2\frac{B+C}{2} + \sin^2\frac{C+A}{2}$.
    (A) 1 (B) 2
    (C) 5 (D) 3

18. If ABC is a triangle, then find
    $\cos^2\frac{A}{2} + \cos^2\frac{B}{2} + \cos^2\frac{C}{2} + \cos^2\frac{A+B}{2} + \cos^2\frac{B+C}{2} + \cos^2\frac{C+A}{2}$.
    (A) 1 (B) 3
    (C) 5 (D) 7

19. If ABC is a triangle, then find the value of $\tan A + \tan B + \tan C$.
(A) $\tan A \tan B \tan C$ (B) $\tan B \tan A \tan C$
(C) $\tan C \tan B \tan A$ (D) $\tan B \tan C \tan A$

20. If $\sqrt{2+\sqrt{2 \quad \sqrt{2\infty\ldots+}}}$ = cosecθ find $\sec^2\theta + \cos^2 2\theta$.
(A) 5/6 (B) 5/7
(C) 5/3 (D) 3/3

21. If $\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\ldots\infty}}}$ = $\sec^2\theta$ find $\tan^2 + \cot^2\theta$.
(A) 10/5 (B) 10/3
(C) 10/2 (D) 10/7

22. If $\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\ldots\infty}}}$ = $\text{cosec}^2\theta$, find $\sec^2\theta + \cot^2\theta$.
(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

23. If $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots\infty}}}$ = $\tan^2\theta$ find $\cos^2\theta + \sec^2\theta$.
(A) 15/5 (B) 18/4
(C) 14/4 (D) 17/4

24. If $\sin(2x - 20°) = \cos(2y + 20°)$ find $\sec(x + y)$.
(A) 1 (B) 5
(C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

25. If A + B = 45° find (1 + tan A) (1 + tan B)
(A) 0 (B) 1
(C) 3 (D) 2

26. If (1 + cot A) (1 + cot B) = 2 find A + B.
(A) 125 (B) 135
(C) 166 (D) 165

27. If $x = \text{cosec}\,\theta - \sin\theta$, $y = \sec\theta - \cos\theta$ find $x^2y^2(x^2 + y^2 + 3)$
(A) – 1 (B) 0
(C) 1 (D) 2

28. If $a = \tan\theta - \cot\theta$, $b = \sin\theta + \cos\theta$ find $(a^2 + 4)(b^2 - 1)^2$.
(A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

29. If $\sin\theta + \cos\theta = x$, $y = \sin\theta \times \cos\theta$ find the value of $x^4 - 4x^2y - 2x^2 + 4y^2 + 4y + 1$.
(A) – 1 (B) 1
(C) 2 (D) 0

30. If $\frac{x}{a}\cos\theta + \frac{y}{b}\sin\theta = m$, $\frac{x}{a}\sin\theta \frac{y}{b}\cos\theta = 1$ find m.
(A) $\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+1}$ (B) $\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-2}$
(C) $\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+2}$ (D) $\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1}$

31. If $x \sin\theta + y \cos\theta = z$ find $(x \cos\theta - y \sin\theta)^2$.
(A) $z^2 + y^2 - x^2$ (B) $x^2 + z^2 - y^2$
(C) $x^2 + y^2 - z^2$ (D) $z^2 + y^2 - x^2$

32. If $a \sin\theta + b \cos\theta = c$ find $a \cos\theta - b \sin\theta$.
(A) $\sqrt{c^2+a^2-b^2}$ (B) $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$
(C) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (D) $\sqrt{a^2+c^2-b^3}$

33. If $(a^2 - b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2 + b^2$ find $\tan\theta$.
(A) $\frac{-a^3+b^3}{2ab}$ (B) $\frac{a^2-b^2}{2ab}$
(C) $\frac{-a^2-b^2}{2ab}$ (D) $\frac{a^3-b^3}{2ab}$

34. If $(x+y)\sin\theta + (x-y)\cos\theta = \sqrt{2(x^2+y^2)}$ find $\tan\theta$.
(A) $\frac{y+x}{y-x}$ (B) $\frac{x-y}{x+y}$
(C) $\frac{y-x}{y-x}$ (D) $\frac{x+y}{x-y}$

35. If $x\sin\theta + y\cos\theta = \sqrt{x^2+y^2}$ and $\frac{\cos^2\theta}{a^2}+\frac{\sin^2\theta}{b^2}=\frac{1}{x^2+y^2}$ then which one is correct?
(A) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (B) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$
(C) $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ (D) $\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{a^2}=1$

36. If $\cos x + \cos^2 x = 1$ find $\sin^8 x + 2\sin^6 x + \sin^4 x + 1$.
(A) 1 (B) 3
(C) 5 (D) 2

37. If $\sin x + \sin^2 x = 1$ find $\cos^{12} x + 3\cos^{10} x + 3\cos^8 x + \cos^6 x$.

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

38. If $x\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cos\theta$ and $x\sin\theta = y\cos\theta$ find $x^2 + y^2$.

(A) 0 (B) 2
(C) 1 (D) 3

39. If $(\sin x + \text{cosec}\, x)^2 + (\cos x + \sec x)^2 = k + \tan^2 x + \cot^2 x$ then find k

(A) 7 (B) 9
(C) 5 (D) 11

40. If $\sec\theta = x + \frac{1}{4x}$ $(0° < \theta < 90°)$ find $\sec\theta + \tan\theta$.

(A) $\frac{x}{2}$ (B) $2x$
(C) $\frac{2}{2x}$ (D) $5x$