

अनुपात : (Ratio) %

अनुपात दो सजातीय राशियों के संबंध में यह बताती है कि एक राशि दूसरी राशि से कितनी गुनी है। इसे दो राशियों के बीच (:) चिन्ह रखकर सूचित किया जाता है। $\frac{a}{b}$ को a तथा b का अनुपात कहते हैं तथा इसे $a:b$ से सूचित करते हैं। अनुपात के प्रथम राश को प्रथम पद (Consequent) कहते हैं। इसलिए a को प्रथम पद तथा b को द्वितीय पद कहेंगे।

समानुपात (Proportion): चार राशियों में से जब पहली राशि और दूसरी राशि का अनुपात, तीसरी और चौथी राशि के अनुपात के बराबर हो, तो वह समानुपात कहलाता है। इसे दो अनुपातों के बीच (::) चिन्ह रखकर सूचित किया जाता है। यदि दो अनुपात $a : b$ और $c : b$ बराबर हों, तो इसे $c : b :: c : d$ समानुपात के रूप में लिखते हैं।

महत्वपूर्ण बिंदू (Important Points)

(1) मध्य समानुपाती (Mean Proportional):

$$a : x :: x : b \text{ या, } \frac{a}{x} = \frac{x}{b} \text{ या, } x^2 = ab \text{ या, } x = \sqrt{ab}$$

यानि a तथा b का मध्य समनुपाती = \sqrt{ab}

(2) जटिल अनुपात (Compound Ratio):

दिए हुए सभी अनुपातों के पूर्व पदों का गुणनफल
दिए हुए सभी अनुपातों के अन्तिम पदों का गुणनफल

$$a : b, c : d, e : f \text{ का अनुपात } = \frac{a \times c \times e}{b \times d \times f}$$

(3) द्विघाती अनुपात (Duplicate Ratio):

$a : b$ का द्विघाती अनुपात $a^2 : b^2$ तथा $a : b$ का Sub-Duplicate ration $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ होगा।

(4) त्रिघाती अनुपात (Triplicate Ratio):

$a : b$ का त्रिघाती अनुपात $a^3 : b^3$ तथा $a : b$ का Sub-Triplicate ration $3\sqrt{a} : 3\sqrt{b}$ होगा।

(5) विलोमानुपात (Inverse or Reciprocal Ratio):

$$a : b \text{ का विलोमानुपात } \frac{1}{a} : \frac{1}{b} \text{ होगा।}$$

(6) मध्य समानुपात (Mean Proportion):

$$a \text{ तथा } b \text{ का मध्य समानुपात } \sqrt{ab}$$

(7) तृतीयानुपात (Third Proportion):

$$a \text{ तथा } b \text{ का तृतीयानुपात } = \frac{b^2}{a}$$

(8) यदि $a : b :: c : d$ हो, तो

$$(a) a : b :: d : c$$

$$(b) c : a :: d : c$$

$$(c) a : c :: b : d$$

$$(d) (a + b) : a :: (c + d) : c$$

$$(e) (a - b) : a :: (c - d) : c$$

$$(f) (a + b) : (a - b) :: (c + d) : (c - d)$$

$$(g) (a + b) : (c + d) :: (a - b) : (c - d)$$

$$(h) (a + c) : (b + d) :: (a - c) : (b - d)$$

कुछ महत्वपूर्ण ट्रिक्स

(Some Special Tricks)

$$A. \text{ पहली संख्या } = \frac{\text{दूसरी} \times \text{तीसरी}}{\text{चौथी}}$$

$$B. \text{ दूसरी संख्या } = \frac{\text{पहली} \times \text{चौथी}}{\text{तीसरी}}$$

$$C. \text{ तीसरी संख्या } = \frac{\text{पहली} \times \text{चौथी}}{\text{दूसरी}}$$

D.

प्रतिशत (Percentage) %

प्रतिशत शब्द दो शब्दों 'प्रति' एवं 'शत' से मिलकर बना है। जिसका अर्थ है 'प्रत्येक सौ में'। 7 प्रतिशत का अर्थ है प्रत्येक सौ में से 7 यानि $\frac{7}{100}$ । अतः वह भिन्न जिसका हर 100 होता है, प्रतिशत कहलाती है। तथा भिन्न के अंश को प्रतिशत की दर कहते हैं। इसे प्रायः % द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। इसकी कोई इकाई जैसे रु., मीटर, कि.ग्रा., लीटर आदि नहीं होती है।

कुछ महत्वपूर्ण प्रतिशत का मान भिन्न के रूप में			
$4\% = \frac{1}{25}$	$50\% = \frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$
$5\% = \frac{1}{20}$	$60\% = \frac{3}{5}$	$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$133\frac{1}{3}\% = \frac{3}{4}$
$10\% = \frac{1}{10}$	$75\% = \frac{3}{4}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$	$66\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$16\% = \frac{4}{25}$	$80\% = \frac{4}{5}$	$87\frac{1}{2}\% = \frac{7}{8}$	$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$
$20\% = \frac{1}{5}$	$100\% = 1$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$
$25\% = \frac{1}{4}$	$120\% = \frac{6}{5}$	$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$
$40\% = \frac{2}{5}$	$125\% = \frac{5}{4}$	$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$150\% = \frac{3}{2}$

कुछ प्रमुख नियम

1. (a) किसी भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए उसमें सौ से गुणा किया जाता है।

जैसे- $\frac{7}{20} = \frac{7}{20} \times 100 = 35\%$

(b) किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग दिया जाता है।

जैसे- $85 = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$

2. x, y का $\frac{x}{y} \times 100\%$ है।

जैसे- $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ का कितना प्रतिशत है?

हल : $\frac{1}{2} / \frac{1}{4} \times 100 = 200\%$

3. (a) यदि A, B से x% अधिक है, तो B, A से $\left(\frac{x \times 100}{100 + x}\right)\%$ कम है।

लाभ- हानि (Profit Loss)

- क्रय मूल्य- जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाए।
- विक्रय मूल्य - जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाए।
- उपरिव्यय- खरीदी हुई वस्तु को बिक्री केन्द्र तक लाने तथा उसके रख-रखाव में किए गए खर्च को उपरिव्यय कहते हैं।
- लागत मूल्य- क्रय मूल्य तथा उपरिव्यय के योगफल को लागत मूल्य कहा जाता है।
- लाभ या हानि हमेशा क्रय मूल्य पर होता है।
- बट्टा हमेशा अंकित मूल्य पर होता है।
- लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य
- हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य
- प्रतिशत लाभ एवं प्रतिशत हानि

(a) प्रतिशत लाभ = $\frac{\text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$

(b) प्रतिशत हानि = $\frac{\text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$

साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज

(S.I. & C.I)

चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

साधारण ब्याज (Simple Interest) : जब ब्याज सभी वर्षों में मूलधन पर ही जोड़ा जाता है, तो साधारण ब्याज कहलाता है।

चक्रवृद्धि ब्याज

जब किसी निश्चित समय के बाद दिया जाने वाला ब्याज जमाकर्ता को न देकर मूलधन में जोड़ दिया जाए और फिर प्राप्त मिश्रधन पर ब्याज लगाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।

कुछ महत्वपूर्ण सूत्र :

- (a) साधारण ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100} \times 100$
- (b) दर = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$
- (c) समय = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{मूलधन}}$
- (d) मूलधन = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}}$
- (e) साधारण ब्याज = मूलधन का (दर × समय)
- (f) मिश्रधन = मूलधन + ब्याज
- (g) ब्याज = मिश्रधन - मूलधन
- (h) मूलधन = $\frac{\text{मूलधन} \times 100}{100 + (\text{समय} \times \text{दर})}$

कुछ सूत्र

- (a) मिश्रधन = मूलधन + ब्याज
- (b) मिश्रधन = मूलधन $\times \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$
- (c) कोई ब पर ब्याज की दर पहले वर्ष $r_1\%$ दूसरे वर्ष $r_2\%$ तथा तीसरे $r_3\%$ वर्ष हो तो 3 वर्ष के लिए चक्रवृद्धि मिश्रधन
$$= \left(1 + \frac{r_1}{100}\right) \left(1 + \frac{r_2}{100}\right) \left(1 + \frac{r_3}{100}\right)$$

प्रश्नमाला

- यदि $x:y = 3:5$ तो $(2x+5y):(2y-3x)$ का मान क्या है?
(1) 31:1 (2) 19:1
(3) 19:6 (4) 31:5
- मोहन तथा सोहन की वर्तमान आयु का अनुपात 2:3 है तथा 10 वर्ष पश्चात यह अनुपात 3 : 4 हो जाएगा। मोहन की वर्तमान आयु (वर्षों में) क्या है?
(1) 10 (2) 15
(3) 20 (4) 30
- तीन खिलाड़ियों A, B तथा C द्वारा बनाए गए कुल रन 1800 हैं। A तथा B द्वारा बनाए गए रनों का अनुपात 5:7 है तथा B तथा C का 3:2 है। A द्वारा कितने रन बनाए गए हैं?
(1) 756 (2) 612
(3) 562 (4) 540
- X तथा Y की मासिक आय का अनुपात क्रमशः 5: 11 है। उनकी आय में 24000 रु. का अंतर है। Y की मासिक आय क्या होगी?
(1) 44000 (2) 20000
(3) 22000 (4) 33000
- दीपक तथा राज की मासिक आय का अनुपात क्रमशः 4 : 9 है तथा उनके खर्च का अनुपात क्रमशः 1: 3 है। यदि प्रत्येक एक महीने में 9000 रु. की बचत करता है, तो दीपक की मासिक आय (रु. में) क्या होगी?
(1) 54000 (2) 33000
(3) 24000 (4) 42000
- यदि किसी आयत की लम्बाई 20% की वृद्धि की जाए, तो उसकी चौड़ाई में कितने प्रतिशत की कमी करनी होगी, ताकि क्षेत्रफल समान रहे?
(1) 10 (2) 20
(3) 25 (4) 16.66
- 1224, 4800 का कितना प्रतिशत है?
(1) 24.5 (2) 25
(3) 24 (4) 25.5

8. यदि किसी आयत की लम्बाई में 25% की वृद्धि की जाए, तो उसकी चौड़ाई में कितने प्रतिशत की कमी करनी होगी, ताकि क्षेत्रफल समान रहे?
- (1) 15 (2) 20
(3) 12.5 (4) 25
9. 1008, 7200 का कितना प्रतिशत है?
- (1) 11 (2) 12
(3) 15 (4) 14
10. यदि P का 30% = Q का 40% तो Q, P से कितने प्रतिशत कम है?
- (1) 20 (2) 25
(3) 12.5 (4) 10
11. यदि P, Q से 30% अधिक है तथा R, Q से 30% कम है, तो R, P से कितनी प्रतिशत कम है?
- (1) 60 (2) 51
(3) 46.15 (4) 69
12. किसी संख्या के 20% में से 80 घटाने पर परिणाम 30 आता है तो संख्या का मान क्या है?
- (1) 330 (2) 440
(3) 550 (4) 220
13. एक संख्या को पहले 30% घटाया जाता है और फिर 30% बढ़ा दिया जाता है। यदि प्राप्त संख्या वास्तविक संख्या से 72 कम है, तो वास्तविक संख्या का मान क्या होगा?
- (1) 720 (2) 800
(3) 960 (4) 1080
14. किसी संख्या को एक तिहाई 120 है। तो उस संख्या का 55% क्या होगा?
- (1) 192 (2) 198
(3) 171 (4) 206
15. यदि 6 वस्तुओं का क्रय मूल्य 9 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर है, तो हानि प्रतिशत क्या है?
- (1) 25 (2) 33.33
(3) 50 (4) 20
16. एक व्यक्ति एक वस्तु को एक निश्चित मूल्य पर बेचकर 50% लाभ कमाता है। यदि वह उसी वस्तु को आधे मूल्य पर बेचता है, तो हानि प्रतिशत क्या है?
- (1) 25 (2) 50
(3) 75 (4) 37.5
17. एक वस्तु का अंकित मूल्य उसके क्रय मूल्य से 40% ज्यादा है। यदि 45% की छूट दी जाती है, तो हानि प्रतिशत क्या होगा?
- (1) 23 (2) 29
(3) 19 (4) 25
18. यदि 5 वस्तुओं का क्रय मूल्य 8 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर है, तो हानि प्रतिशत (% में) क्या है?
- (1) 40 (2) 37.5
(3) 50 (4) 56.25
19. एक व्यक्ति एक वस्तु को एक निश्चित मूल्य पर बेचकर 25% लाभ अर्जित करता है। यदि वह उसी वस्तु को आधे मूल्य पर बेचता है, तो हानि प्रतिशत क्या है?
- (1) 62.5 (2) 27.5
(3) 37.5 (4) 32.5
20. एक वस्तु का अंकित मूल्य उसके क्रय मूल्य से 35% ज्यादा है। यदि 40% की छूट दी जाए, तो हानि प्रतिशत क्या होगा?
- (1) 19 (2) 22
(3) 27 (4) 16
21. 2200 रु. को चक्रवृद्धि ब्याज वाली एक योजना में निवेश किया गया। यदि ब्याज की दर 10% प्रतिवर्ष है, तो 2 वर्ष में कितना ब्याज (रु. में) कमाया गया है?
- (1) 462 (2) 628
(3) 576 (4) 682
22. 35000 रु. की एक राशि को चक्रवृद्धि ब्याज वाली एक योजना में निवेश किया गया। यदि ब्याज दर 20% प्रतिवर्ष है, तो 2 वर्ष बाद कितना मिश्रधन (रु. में) प्राप्त होगा?
- (1) 56200 (2) 50400
(3) 48600 (4) 42500
23. एक राशि चक्रवृद्धि ब्याज पर निवेश करने से 2 वर्ष में 2420 रु. हो जाता है। यदि मूलधन 2000 रु. है, तो ब्याज दर (% में) क्या है?
- (1) 15 (2) 10
(3) 8 (4) 12
24. एक धनराशि साधारण ब्याज पर निवेश की जाती है जोकि 3 वर्ष में 17% प्रति वर्ष की दर से 2550 रु. का ब्याज देती है। मूलधन (रु. में) क्या है?
- (1) 4000 (2) 5000
(3) 6000 (4) 4500
25. एक धनराशि साधारण ब्याज वाली योजना में निवेश करने पर 4 वर्ष में 3 गुना हो जाती है। वह 21 गुना कितने वर्षों में हो जायेगी?
- (1) 20 (2) 36
(3) 40 (4) 30

26. एक निश्चित मूलधन चक्रवृद्धि ब्याज की एक योजना में निवेश किया गया। 2 वर्ष पश्चात पाए जाने वाला मिश्रधन 1210 रु. है तथा 3 वर्ष पश्चात पाए जाने वाला मिश्रधन 1331 रु. है। ब्याज की दर (प्रतिशत में) क्या होगा?

- (1) 5 (2) 10
(3) 15 (4) 20

27. रवि ने दो वस्तुएँ प्रत्येक को रु.1500 में खरीदा। उसने एक वस्तु को 6% लाभ पर दूसरी को 4% हानि पर बेचा। इस पूरे सौदे में हुआ उसका लाभ/हानि प्रतिशत है।

- (1) लाभ, 1% (2) हानि, $1\frac{1}{2}$ %
(3) लाभ, 2% (4) हानि, 1%

28. एक दुकानदार 10% की छूट देने के पश्चात 25 पुस्तकों के रु. 45 प्रति पुस्तक की दर से बेचता है और 50% लाभ प्राप्त करता है। यदि छूट न दी जाए, तो प्रतिशत लाभ होगा।

- (1) 60 (2) 66
(3) $66\frac{1}{3}$ (4) $66\frac{2}{3}$

29. एक दुकानदार ने अपनी कीमतों में 10% की कमी की। एक सामान की नई कीमत क्या है, जो पहले रु. 500 में बेची जाती थी?

- (1) ₹550 (2) ₹450
(3) ₹400 (4) ₹510

30. एक व्यक्ति अपने सामान को उसके क्रय मूल्य से 40% अधिक पर अंकित करता है तथा अंकित मूल्य पर 40% बट्टा देता है। उनका हानि/लाभ प्रतिशत है:

- (1) कोई हानि/लाभ नहीं (2) हानि, 80%
(3) लाभ, 10 (4) हानि, 16%

31. साधारण ब्याज की किस दर से कोई धन 8 वर्ष में दो गुना हो जाएगा?

- (1) 11.0% (2) 12.5%
(3) 12% (4) 13.5%

32. किसी निवेश पर 4% वार्षिक ब्याज की दर से प्राप्त होने वाले 2 वर्ष के साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर रु.10 है। निवेश का मान होगा।

- (1) ₹4500 (2) ₹5550
(3) ₹5750 (4) ₹6250

33. एक धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज द्वारा 3 वर्षों के पश्चात् रु 4818 और 6 वर्ष के पश्चात् रु. 7227 हो जाती है, यह धनराशि है।

- (1) ₹3122 (2) ₹3212
(3) ₹2409 (4) ₹2490

34. 8% वार्षिक दर से, जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है, रु. 6,250 की राशि का मिश्रधन $2\frac{3}{4}$ वर्षों के पश्चात् है:

- (1) ₹7,872.60 (2) ₹7,165.60
(3) ₹7,581.40 (4) ₹7,727.40

35. यदि $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8$ तथा $a + b + c = 14$ तब $c =$

- (1) 6 (2) 74
(3) 80 (4) 14

36. नीना और मीना ने क्रमशः रु 30000 तथा रु. 45000 के निवेश से व्यापार प्रारम्भ किया। 2 वर्ष बाद रु. 150000 के लाभ में से मीना का भाग क्या होगा?

- (1) ₹30000 (2) ₹45000
(3) ₹75000 (4) इनमें से कोई नहीं

37. यदि $a:b=4:5$, $b:c=6:9$, $c:d=15:19$, है तो $a:b:c:d$ है

- (1) 8:10:15:19 (2) 10:11:15:19
(3) 8:9:15:19 (4) 19:15:6:8

38. यदि $(3a + 5b) : (3a - 5b) = 5 : 1$ हो तो $a : b$ का मान होगा

- (1) 3:2 (2) 5:3
(3) 2:1 (4) 5:2

39. एक व्यक्ति के पास रु 1.50 पैसे एवं 25 पैसे के सिक्के कुल रु. 210 है और उनका अनुपात 5:6:8 में है। कुल 1 रुपए के कितने सिक्के हैं?

- (1) 41 (2) 42
(3) 103 (4) 105

40. एक बैठक में, सदस्यों में से $\frac{4}{25}$ महिलाएँ थीं। यह सदस्यों का कितना प्रतिशत था?

- (1) 24% (2) 16%
(3) 4% (4) 40%