

प्रतिलोम वृत्तीय फलन (Inverse Circular Function)

1. प्रतिलोम वृत्तीय फलन

(Inverse Circular Function)

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन एक ऐसा व्यंजक है जो किसी कोण को उस कोण के संगत किसी त्रिकोणमितीय फलन के मान के रूप में व्यक्त करता है।

जैसे : $\tan^{-1} x =$ वह कोण जिसके tangent का मान x है।

2. कुछ महत्वपूर्ण सूत्र (Some Important Formulae)

$$(i) \sin^{-1} x = \operatorname{cosec}^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$\text{या } \sin^{-1} x = \cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$$

$$\text{या } \sin^{-1} x = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(ii) \cos^{-1} x = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$$

$$\text{या } \cos^{-1} x = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\text{या } \cos^{-1} x = \sec^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$(iii) \tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{या } \tan^{-1} x = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$(iv) \cos^{-1} x + \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$(v) \cot^{-1} x + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$(vi) \sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$(vii) \tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$$

$$(viii) \tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x-y}{1+xy}$$

$$(ix) \cot^{-1} x + \cot^{-1} y = \cot^{-1} \frac{xy-1}{x+y}$$

$$(x) \cot^{-1} x - \cot^{-1} y = \cot^{-1} \frac{xy+1}{y-x}$$

$$(xi) 2 \cot^{-1} x = \cot^{-1} \frac{x^2-1}{2x}$$

$$(xii) 2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$$

$$(xiii) \tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z$$

$$= \tan^{-1} \frac{x + y + z - xyz}{1 - xy - yz - zx}$$

$$(xiv) 2 \tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{2x}{1 + x^2}$$

$$= \cos^{-1} \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

$$(xv) 2 \sin^{-1} x = \sin^{-1} 2x \sqrt{1 - x^2}$$

$$(xvi) 2 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (2x^2 - 1)$$

$$(xvii) 3 \sin^{-1} x = \sec^{-1} (3x - 4x^3)$$

$$(xviii) 3 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (4x^3 - 3x)$$

$$(xix) \sin^{-1} x \pm \sin^{-1} y$$

$$= \sin^{-1} \left[x \sqrt{1 - y^2} \pm y \sqrt{1 - x^2} \right]$$

$$(xx) \cos^{-1} x \pm \cos^{-1} y$$

$$= \cos^{-1} (xy \mp \sqrt{1 - x^2} \sqrt{1 - y^2})$$

3. प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के प्रान्त व परिसर

(Domain and Range of Inverse Trigonometrical Functions)

	फलन (Function)	प्रान्त (Domain)	परिसर (Range)
(i)	$\sin^{-1} x$	$[-1, 1]$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
(ii)	$\cos^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[0, \pi]$
(iii)	$\tan^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$	$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
(iv)	$\cot^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$	$(0, \pi)$
(v)	$\sec^{-1} x$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$
(vi)	$\operatorname{cosec}^{-1} x$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$	$\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$