

## विभाज्यता की शर्तें

- $(x^n + a^n, (x + a))$  से पूर्णतया विभाज्य होता है यदि 'n' एक विषम संख्या हो।  
**उदाहरण:**  $a^5 + b^5, (a + b)$  से पूर्णतया विभाज्य है।
- $x^n + a^n, (x + a)$  से पूर्णतया विभाज्य नहीं होता है यदि 'n' एक सम संख्या हो।  
**उदाहरण:**  $a^8 + b^8, (a + b)$  से पूर्णतया विभाज्य नहीं है।
- $x^n + a^n, (x - a)$  से कभी विभाज्य नहीं है।  
**उदाहरण:**  $a^{10} + b^{10}, (a - b)$  से पूर्णतया विभाज्य नहीं है।
- $x^n - a^n, (x + a)$  से पूर्णतया विभाज्य होगा, यदि और केवल यदि 'n' एक सम संख्या हो।  
**उदाहरण:**  $x^6 - a^6, (x + a)$  से पूर्णतया विभाज्य है।
- $x^n - a^n, (x - a)$  से पूर्णतया विभाज्य है, चाहे 'n' सम संख्या हो या विषम संख्या हो।  
**उदाहरण:**  $x^9 - a^9$  एवं  $x^{10} - a^{10}, (x - a)$  से पूर्णतया विभाज्य है।

## Divisibility Conditions

- $x^n + a^n$  is completely divisible by  $(x + a)$  if 'n' is an odd number.  
**Example:**  $a^5 + b^5$  is completely divisible by  $(a + b)$ .
- $x^n + a^n$  is not completely divisible by  $(x + a)$  if 'n' is an even number.  
**Example:**  $a^8 + b^8$  is not completely divisible by  $(a + b)$ .
- $x^n + a^n$  is never divisible by  $(x - a)$ .  
**Example:**  $a^{10} + b^{10}$  is not completely divisible by  $(a - b)$ .
- $x^n - a^n$  will be completely divisible by  $(x + a)$ , if and only if 'n' is an even number.  
**Example:**  $x^6 - a^6$  is completely divisible by  $(x + a)$ .
- $x^n - a^n$  is completely divisible by  $(x - a)$ , whether 'n' is an even number or an odd number.  
**Example:**  $x^9 - a^9$  and  $x^{10} - a^{10}$  is completely divisible by  $(x - a)$ .

The following formulas are generally important for deriving basic operations and factors of an expression  
मूलभूत संक्रियाओं एवं किसी व्यंजक का गुणनखंड निकालने के लिए आमतौर से निम्नलिखित सूत्र महत्वपूर्ण है

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
- $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(b + c)(c + a)(a + b)$
- $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
- $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
- यदि  $a + b + c = 0$  हो, तो  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- $x^2 + x(a + b) + ab = (x + a)(x + b)$
- $a^2(b + c) + b^2(c + a) + c^2(a + b) + 3abc = (a + b + c)(ab + bc + ca)$
- $ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a) + 2abc = (a + b)(b + c)(c + a)$
- $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = -(a - b)(b - c)(c - a)$

**अभ्यास प्रश्न**

1. When  $4x^4 + 10x^3 - 20x^2 + 90$  is divided by  $(x+2)$  then remainder is?

जब  $4x^4 + 10x^3 - 20x^2 + 90$  को  $(x+2)$  से विभाजित किया जाता है, तो शेष क्या है?

- (A) 0 (B) -6  
(C) 45 (D) -90

2. What is the value of  $xy$ , if  $x^2 + y^2 = 45$  and  $x - y = 5$ ?

$xy$  का मान क्या होगा, अगर  $x^2 + y^2 = 45$  और  $x - y = 5$  है?

- (A) 10 (B) 15  
(C) 20 (D) 25

3. If  $a^2 - b^2 = 20$  and  $ab = 32$  then calculate the value of  $\frac{a-b}{a+b}$ .

यदि  $a^2 - b^2 = 20$  और  $ab = 32$ , तो  $\frac{a-b}{a+b}$  के मान की

गणना कीजिए।

- (A) 0.337 (B) 0.339  
(C) 0.333 (D) 0.335

4. What is the value of  $x^3 - \frac{1}{x^3} + 8$ , if

$$8x - \frac{8}{x} - 16 = 0?$$

$x^3 - \frac{1}{x^3} + 8$  का मान क्या है, यदि  $8x - \frac{8}{x} - 16 = 0$  है?

- (A) 6 (B) 8  
(C) 16 (D) 22

5. What is the value of  $a^3 - 5 + \frac{128}{16a}$  when  $a = 2$ ?

$a^3 - 5 + \frac{128}{16a}$  का मान क्या है, जबकि  $a = 2$  है?

- (A) 2 (B) 5  
(C) 7 (D) 8

6. If  $(x-3)^3 + (y-5)^2 + (z-4)^2 = 0$  then what is

the value of  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{16}$ ?

यदि  $(x-3)^3 + (y-5)^2 + (z-4)^2 = 0$ , तो

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{16}$  का मान क्या होगा-

- (A) 12 (B) 9  
(C) 3 (D) 1

7. If  $x\left(3 - \frac{2}{x}\right) = \frac{3}{x}$  then what is the value of  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?

यदि  $x\left(3 - \frac{2}{x}\right) = \frac{3}{x}$ , तो  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  का मान क्या होगा-

- (A)  $2\frac{1}{9}$  (B)  $2\frac{4}{9}$

- (C)  $3\frac{1}{9}$  (D)  $3\frac{4}{9}$

8. If  $x^2 = y + z$ ,  $y^2 = z + x$  and  $z^2 = x + y$  then what is the value of  $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z}$ ?

यदि  $x^2 = y + z$ ,  $y^2 = z + x$  और  $z^2 = x + y$ , तो

$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z}$  का मान क्या होगा-

- (A) -1 (B) 1  
(C) 2 (D) 0

9. If  $\frac{4x-3}{x} + \frac{4y-3}{y} + \frac{4z-3}{z}$  then what is the

value of  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ ?

यदि  $\frac{4x-3}{x} + \frac{4y-3}{y} + \frac{4z-3}{z}$ , तो  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  का

मान क्या होगा-

- (A) 9 (B) 3  
(C) 4 (D) 6

10. If  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$  and  $\frac{b}{c} = \frac{4}{5}$  then what is the ratio of

$\frac{a+b}{b+c}$ ?

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$  और  $\frac{b}{c} = \frac{4}{5}$ , तो  $\frac{a+b}{b+c}$  का अनुपात क्या

होगा-

- (A)  $\frac{20}{27}$  (B)  $\frac{27}{20}$

- (C)  $\frac{6}{8}$  (D)  $\frac{8}{6}$

11. If  $a:b=2:3$  and  $b:c=4:5$  then what is the value of  $a^2:b^2:bc$ ?  
 यदि  $a:b=2:3$  और  $b:c=4:5$ , तो  $a^2:b^2:bc$  होगा-  
 (A) 4 : 9 : 45 (B) 16 : 36 : 45  
 (C) 16 : 36 : 20 (D) 4 : 36 : 40
12. If  $2m - \frac{1}{2m} = 2$ , where  $m \neq 0$ , then what is the value of  $m^2 + \frac{1}{16m^2}$ ?  $a^2:b^2:bc$ ?  
 यदि  $2m - \frac{1}{2m} = 2$  है, जहाँ  $m \neq 0$ , तब  $m^2 + \frac{1}{16m^2}$  का मान है-  
 (A)  $2\frac{1}{2}$  (B) 2  
 (C)  $1\frac{1}{2}$  (D) 4
13. One of the factors of  $x^4 + 4$  is-  
 $x^4 + 4$  का एक गुणखण्ड है-  
 (A)  $x^2 + 2$  (B)  $x^2 + 2x - 2$   
 (C)  $x^2 - 2x + 2$  (D)  $x^2 - 2$
14. If  $a + b + c = 0$  then the value of  
 यदि  $a + b + c = 0$  का मान होगा-  
 (A) 4 (B) 2  
 (C) 1 (D) 16
15. If  $x - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$  then the value of  $4x^2 + \frac{4}{x^2}$ ?  
 यदि  $x - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$  है, तो  $4x^2 + \frac{4}{x^2}$  का मान है  
 (A) 7 (B) 9  
 (C) -7 (D) -8
16. If  $\frac{3x-2}{3} + \frac{2x+3}{2} = x + \frac{7}{6}$  then the value of  $\frac{5x-2}{4}$ .  
 यदि  $\frac{3x-2}{3} + \frac{2x+3}{2} = x + \frac{7}{6}$  है, तो  $\frac{5x-2}{4}$  का मान है-  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $-\frac{1}{12}$   
 (C)  $\frac{1}{12}$  (D)  $-\frac{1}{3}$
17. If  $4x^2 + 12xy - 8x + 9y^2 - 12y = (ax + by)(ax + by - 4)$  then the value of  $a^2 + b^2$ ?  
 यदि  $4x^2 + 12xy - 8x + 9y^2 - 12y = (ax + by)(ax + by - 4)$  है,  $a^2 + b^2$  तब का मान है  
 (A) 13 (B) 25  
 (C) 5 (D) 10
18. Sum of the coefficients of  $x^2$  and  $x$  in the product of  $(5x + 2)$  and  $(2x^2 - 3x + 5)$ .  
 $(5x + 2)$  और  $(2x^2 - 3x + 5)$  के गुणफल में  $x^2$  और  $x$  के गुणकों का योग है-  
 (A) 9 (B) -8  
 (C) -9 (D) 8
19. Sum of the coefficients of  $x^2$  and  $x$  in the product of  $(x^2 - 2)(1 - 3x + 2x^2)$   
 गुणफल  $(x^2 - 2)(1 - 3x + 2x^2)$  में  $x^2$  और  $x$  के गुणकों का योगफल है-  
 (A) 5 (B) 3  
 (C) 6 (D) 2
20. One of the factors of  $4x^2 + y^2 + 14x - 7y - 4xy + 12$   
 $4x^2 + y^2 + 14x - 7y - 4xy + 12$  के गुणखण्डों में से एक गुणखण्ड है-  
 (A)  $2x + y + 4$  (B)  $2x - y - 4$   
 (C)  $2x + y - 4$  (D)  $2x - y + 3$
21. If  $(x - 2)$  is a factor of  $x^3 + ax^2 + bx + 16$  and  $b = 4a$ , the the value of  $a$  and  $b$  respectively are  
 यदि  $(x - 2)$ ,  $x^3 + ax^2 + bx + 16$  का एक गुणखण्ड है तथा  $b = 4a$ , तब  $a$  और  $b$  के मान क्रमशः है-  
 (A) 2, -8 (B) -2, 8  
 (C) -2, -8 (D) 2, 8
22. When polynomial  $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$  is divided by  $(x + 1)$  then remainder is 19, the value of  $a$  is  
 बहुपद  $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$  को जब  $(x + 1)$  से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 19 आता है।  $a$  का मान है-  
 (A) 3 (B) 2  
 (C) 5 (D) 4
23. Abscissa of the point  $(-2, -5)$  is  
 बिन्दु  $(-2, -5)$  का भुज है  
 (A) 2 (B) -2  
 (C) 5 (D) -5
24. If  $a, b$  and  $c$  are three non-zero real numbers and  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{2a - 3b + 5c}{A}$  then the value of  $A$  is-  
 यदि  $a, b$  और  $c$  को तीन शून्येतर वास्तविक संख्याएँ हों तथा  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{2a - 3b + 5c}{A}$  हो, तब  $A$  का मान होगा-  
 (A) 7 (B) 9  
 (C) 11 (D) 15
25. If  $a^x = b, b^y = c$  and  $c^z = a$  then the non-zero value of  $(xyz)$  is-  
 यदि  $a^x = b, b^y = c$  और  $c^z = a$  हो, तब  $(xyz)$  का शून्येतर मान होगा-  
 (A) 1 (B) 2  
 (C) 3 (D) -1